

尺寸因素对轮盘低周疲劳寿命散度的影响

西北工业大学 徐林耀 孙 秦

一、概 述

本文以实际涡轮盘某些关键部位的几何形状为参考，用 GH33A 加工出不同 R 的圆弧形光滑试样和不同 r 的圆柱型缺口试样，在“岛津”试验机上，以试验温度 650 进行低周疲劳试验。模拟轮盘的实际载荷按控制载荷的方式进行。不同圆弧半径 R 和不同缺口半径 r 试样的平均 LCF 断裂寿命 N_{fcp} 见表 1 所示。

表 1 试样的试验平均寿命值

R (r) mm	30	16	6
N_{fcp}	4537	4104	3761
R (r) mm	0.75	0.35	0.11
N_{fcp}	844	509	427

用局部应力—应变法估算各试样的寿命。试样的局部应变是采用弹塑性有限元法计算，材料的 LCF 性能是采用同样材料的光滑试样在同样试验机和同样温度下进行的。预测的寿命值与实测的寿命值的比较见图 1，其误差均在 2 倍的范围内。

试验数据存在着散度，由于各种工艺和试验的因素是严格控制的，所以造成散度的主要原因是材质的差别和由于公差而造成的实际尺寸的差别。材质的差别对寿命散度的影响比较大，但由于无法对材质的差别进行严格的控制，所以分析尺寸差别对寿命散度的影响也包含

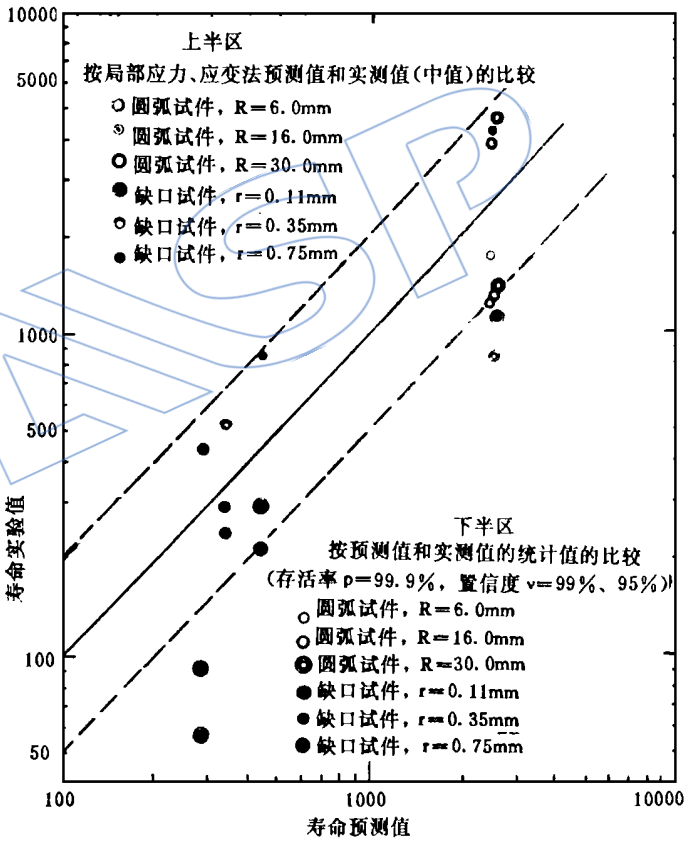


图 1 预测寿命与实测寿命的比较

材质差别在内。用高倍显微镜对试样的尺寸差别作了严格的测定。用数理统计的方法分析尺寸差别对寿命散度的影响。

二、LCF 寿命散度的分析

尺寸偏差在加工公差范围内呈现随机性, 因此寿命散度也呈现随机性。数理统计理论假设寿命散度呈正态分布, 即符合下式:

$$X = \log N_f \sim N(\mu, \sigma^2) = (1/\sqrt{2\pi}/\sigma) e^{-(X-\mu)^2/2\sigma^2} \quad (1)$$

其中 X 为对数寿命; μ 为对数寿命的理论均值或数学期望; σ^2 为对数寿命的理论方差。

1. 一定存活率下的理论安全寿命的估计量 X_p

$$X_p = \bar{X} + K\beta S \quad (2)$$

式中 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $\beta = \frac{n-1}{2} \frac{\Gamma[(n-1)/2]}{\Gamma(n/2)}$, $S = \sqrt{S^2} =$

$\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$ 其中 $\bar{X}$ 为 μ 的无偏估计量, n 为样本容量; β 为修偏系数, $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty X^{\alpha-1} e^{-X} dX$, Γ 函数由积分定义, S 为样本的标准离差, K 为单侧容限系数

$K = (\mu_p - \mu_v - (1/n) [1 - \mu_v^2/(2(n-1)) + \mu_p^2/(2(n-1))]) / (1 - \mu_v^2/(2(n-1)))$ (3) 其中 μ_p 为标准正态分布 $N(0, 1)$ 密度函数上对应存活率 p 的下百分点; μ_v 为与置信度 v 相关的标准正态偏量。

2. 对数安全寿命的相对误差 δ

$$\delta = \left| \frac{(\bar{X} + \mu_p \sigma) - (\mu + \mu_p \sigma)}{\bar{X} + \mu_p \sigma} \right| < \frac{t_{\alpha/2} S}{\bar{X} + \mu_p \sigma} \frac{1/n + \mu_p^2(\beta^2 - 1)}{\bar{X} + \mu_p \sigma} \quad (4)$$

其中 σ 为理论标准公差 σ 的无偏估计量; α 为显著度; $t_{\alpha/2}$ 为以置信度 v 在 $\pm t_{\alpha/2}$ 内的分布。

表 2 安全寿命及相对误差的统计计算值

(存活率 $p = 99.9\%$)

置信度	99%		95%	
$R(r) \text{ mm}$	N_p	δ	N_p	δ
30	1226	6.0%	1725	4.2%
16	815	7.6%	1294	5.2%
6	1108	5.3%	1376	3.8%
0.75	217	7.8%	294	5.5%
0.35	242	4.5%	294	3.2%
0.11	57	8.0%	92	3.0%

由以上理论和公式计算得到在一定存活率和置信度下的安全寿命 N_p 和对数安全寿命相对误差值 δ (表 2)。 N_p 和预测寿命值的比较见图 1。

δ 值是对数安全寿命估计量和理论量之间的相对差别, 它的值间接反映了寿命的散度。当置信度 $n = 99\%$ 时, 其值在 5% 到 10% 之间 (当 $v = 95\%$ 时, δ 值减小, 这是牺牲可信程度换来的)。由图 1 可见, 由此得到的安全寿命值与预测值相较, 有的已偏离出二倍范围外, 且向小的寿命方向偏离。因此, 采

用局部应力—应变法来确定轮盘的 LCF 寿命, 由于没有考虑其散度的影响, 而不能保证要求的可靠性。

三、尺寸偏差的统计分析

采用局部应力—应变法预测轮盘的寿命的可靠性取决于材料 LCF 性能的可靠性。目前, 这些性能都没有给出存活率和置信度的要求。其原因很多, 但从尺寸因素来讲, 由于 LCF 光滑试样的尺寸公差控制非常严, 其试样直径 d 的公差控制在 $\pm 0.02\text{mm}$ 的范围内, 因此认为不会有较大的散度。我们从数理统计的角度分析一下。

本文的试样的尺寸公差控制在 $\pm 0.05\text{mm}$, 我们把试样的实际尺寸分为两部分。一部分为公差在合格范围内, 另一部分为超差尺寸, 均符合正态分布。可以这样说, 在一定存活率和置信度下, 若它们来自同一母体, 则表明它们存在同样的散度。我们用假设检验原理, 即方差齐性检验和均值差异检验来检验, 只要二者的差异不明显, 则可接受来自同一母体的假设。

1. 方差齐性检验: 由理论分析可知

$$\sum_{i=1}^{n_1} (X_i - \bar{X})^2 / \sigma_1^2 \sim X^2(n_1 - 1) \quad , \quad \sum_{i=1}^{n_2} (Y_i - \bar{Y})^2 / \sigma_2^2 \sim X^2(n_2 - 1) \quad (5)$$

其中 $X^2(n_j - 1)$ 为 $(n_j - 1)$ 自由度的 X^2 分布, X 、 Y 和 n_1 、 n_2 分别为两组样本及对应容量。

$$(\sigma_1^2 / \sigma_2^2) (S_1^2 / S_2^2) \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1) \quad (6)$$

式中 $F(n_1 - 1, n_2 - 1)$ 为双自由度 $n_1 - 1, n_2 - 1$ 的 F 分布。检验任务是假设 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 可否接受。

$$P\{F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1) < S_1^2 / S_2^2 < F_{\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)\} = 1 - \alpha \quad (7)$$

若 S_1^2 / S_2^2 满足上述 $\{ \}$ 内的不等式, 则在显著度 α 下接受 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 的假设, 否则拒之。

2. 均值差异检验: 当二样本母体方差相同时, 可分析得

$$[(X_1 - Y_1) - (\mu_1 - \mu_2)] / \sqrt{S_w^2 (1/n_1 + 1/n_2)} \sim t(n_1 + n_2 - 2) \quad (8)$$

此处 $S_w^2 = [(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2] / (n_1 + n_2 - 2)$, 检验的目的即 $\mu_1 = \mu_2$ 的假设是否可从获得的样本信息中得到认可, 即

$$P\{|(X_1 - X_2) / \sqrt{S_w^2 (1/n_1 + 1/n_2)}| < t_{\alpha/2}\} = 1 - \alpha \quad (9)$$

若 $|(X_1 - X_2) / \sqrt{S_w^2 (1/n_1 + 1/n_2)}|$ 在置信度 $1 - \alpha$ 下小于 $t_{\alpha/2}$, 则可接受 $\mu_1 = \mu_2$ 的假设。

3. 假设检验: 经计算, 除 $r = 0.11\text{mm}$ 的型缺口试样外, 其它试样都通过假设检验, 表明二组数据都来自同一母体。因此, 缩小试样的加工不能否定散度的存在。为确保轮盘设计可靠性要求, 材料性能应给出存活率和置信度。尖锐缺口由于高的应变集中, 尺寸的细微差别会带来较大的散度, 对材料试验应提出更高的要求。

四、局部应力—应变法的修正

根据前面的计算与分析, LCF 寿命存在着散度。虽然与高周疲劳相比, 分散性要小得多。但当轮盘要求有高可靠性, 而设计者手边又没有保证可靠性要求的材料 LCF 性能时, 本文建议采用局部应力—应变法估算寿命, 可采用如下修正。根据相对误差 δ 概念 $\delta = (A - B) / A$, A 为对数安全寿命的无偏估计量, B 为对数安全寿命的理论值, 若按局部应力—应变法估得的寿命作为 A , 按一定的可靠性要求给出 δ , 那么得到的 B 值应是有可靠性要求的轮盘寿命值。

若可靠性要求高, δ 可在 $5 \sim 10\%$ 内选取, 要求低, δ 在 $< 5\%$ 选取, 甚至不予修正。如本试验, 要求 $P = 99.9\%$ 、 $v = 99\%$, 取 $\delta = 8\%$ 。表 3 列出三种估算值的比较。由表可见, 修正后的寿命值比较接近安全寿命值, 提高了可靠性。

表 3 三种方法所得寿命的比较

R (r) mm	30	16	6	0.75	0.35	0.11
局部应变法	2580	2525	2475	440	333	285
修正法	1375	1350	1320	270	210	180
数理统计法	1226	815	1108	217	242	57

results show that the fretting wear of the modified dovetail joints is palliated, especially at the root of contact surface. The fatigue life of the appropriately modified dovetail joints increases twice.

COMPUTATION FOR CONTACT PROBLEM OF A DISK-BLADE COUPLED COMPONENT

Tang Guoan and Ding Haicheng
(*Fudan University*)

ABSTRACT Contact stress of a disk-blade coupled component is analyzed by numerical method. The contact problem is reduced to a problem of quadratic programming with linear inequality constraints (LCQP). Objective function of the LCQP is derived from the principle of minimum potential energy of elastic bodies in combination with finite element method. In order to formulate the constrain equations, an imaginary media is introduced between the two contact surfaces. Then the displacement compatibility condition on the contact region can be considered as to make the imaginary media have non-negative volume during deformation. Such geometric condition will be prescribed by a set of linear inequalities after discretization. Besides, static condensation technique is also used to reduce the degree of freedoms of the LCQP problem. A practical problem is estimated by our method and SAP5 software. These two results are in good agreement.

INFLUENCE OF SIZE FACTOR ON SCATTER DEGREE OF THE LOW CYCLE FATIGUE LIFE OF A DISK

Xu Linyao and Sun Qin
(*Northwestern Polytechnical University*)

ABSTRACT From mathematical statistics of test data has been drawn the following conclusion: the low cycle fatigue life of disks scatters due to their size difference. The cyclic stress-strain curve and the strain-life relationship of a material must consider requirements of the survival probability and believable degree when the low cycle fatigue life of a disk is estimated with the partial stress-strain method. This paper also provides an approximate correction method for the preliminary estimation of the low cycle fatigue life of a disk.